

Matematik Bölümü Genel Seminer

Derya Çıray

Universität Konstanz

O-minimal yapılar ve rasyonel noktaların sayımında determinant yöntemi

Abstract

Sonlu sayıda polinomsal denklem ve eşitsizliklerle tarif edilen \mathbb{R}^n 'nin alt kümelerine yarı cebirsel kümeler denir. Bu kümeler uyumlu geometrik özelliklerinin yanı sıra sonlu birleşimler, kartezyen çarpım, tümleyen alma ve izdişüm (Tarski-Seidenberg Teoremi) altında kapalıdırlar. Yarı cebirsel kümeler ailesini genişleten fakat yukarıda belirtilen özellikleri koruyan kümeler ailesine o-minimal yapı oluşturuyor denir.

O-minimalite ve sayılar teorisi arasındaki etkileşim Pila-Wilkie Teoremiyle başlar.

Theorem 1 (Pila-Wilkie) $S \subseteq \mathbb{R}^n$, \mathbb{R} 'nin o-minimal genişlemesinde, sonsuz yarı cebirsel alt küme içermiyen, tanımlanabilir bir küme ve $\epsilon > 0$ olsun. Bu durumda öyle bir $c > 0$ sabiti vardır ki, S 'nin, her $i \in \{1, \dots, n\}$ için $|a_i|, |b_i| \leq H$ koşulunu sağlayan $(\frac{a_1}{b_1}, \dots, \frac{a_n}{b_n})$ şeklindeki rasyonel noktalarının sayısı cH^ϵ ile sınırlıdır.

Pila-Wilkie teoremi Bombieri ve Pila tarafından başlatılmış transenden-
tal kümelerin rasyonel noktalarının sayımı ile ilgili bir araştırma pro-
gramının o-minimal koşullara genelleştirilmesidir. Bu konuşmada bu pro-
gramda sıklıkla kullanılan bir metod olan determinant metodunu anlatacağım,
ayrıca o-minimalitenin neden bu metodu kullanmak için uygun koşullar
sağladığı üzerinde durulacaktır.